EX 28 : $f(x)=x.\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

- $D_f=]-\infty,-1[\cup[1,+\infty[$
- f est dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$
- $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x}{x-1}.\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty$$

Donc f n'est pas dérivable à droite en 1

- pour $x\in\ ]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$$f'(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}+x.\left(\frac{\frac{2}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}\right)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}+\frac{x}{(x+1)^2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}.\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{x}{(x+1)^2}\right]=\frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}.\left[\frac{x^2+x-1}{(x+1)^2}\right]$$

le signe de f'(x) est celui de (x^2+x-1)

$\Delta=5$ $\quad x'=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\in D_f$ $\quad x''=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\notin D_f$

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	////	+
f(x)	$-\infty$	f(x')	$-\infty$ //// ///// ///	0	$+\infty$

$f(x')=f(\frac{-1-\sqrt{5}}{2})\approx -3$

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=1$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)-x=\lim_{x\to-\infty}x.\left[\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}-1\right]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}x.\left[\frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}+1}\right]$$

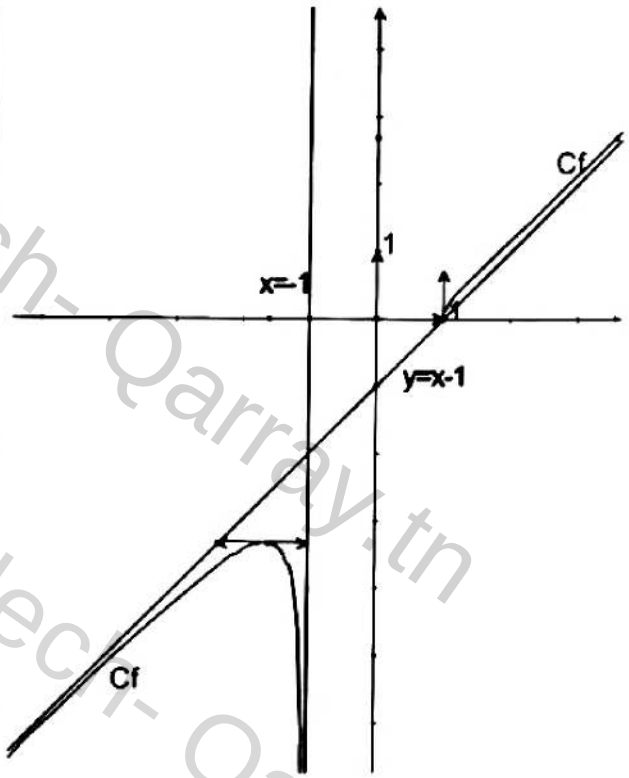
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x}{x+1}.\frac{1}{1+\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}=-1$$

Δ_1 : y=x-1 est une asymptote à C_f au voisinage de $(+\infty)$

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=-1$

Δ_1 : y=x-1 est une asymptote à C_f au voisinage de $(-\infty)$



Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn